

線形混合モデル

教育学研究科M1 西口 美穂

@7/12心理データ解析演習

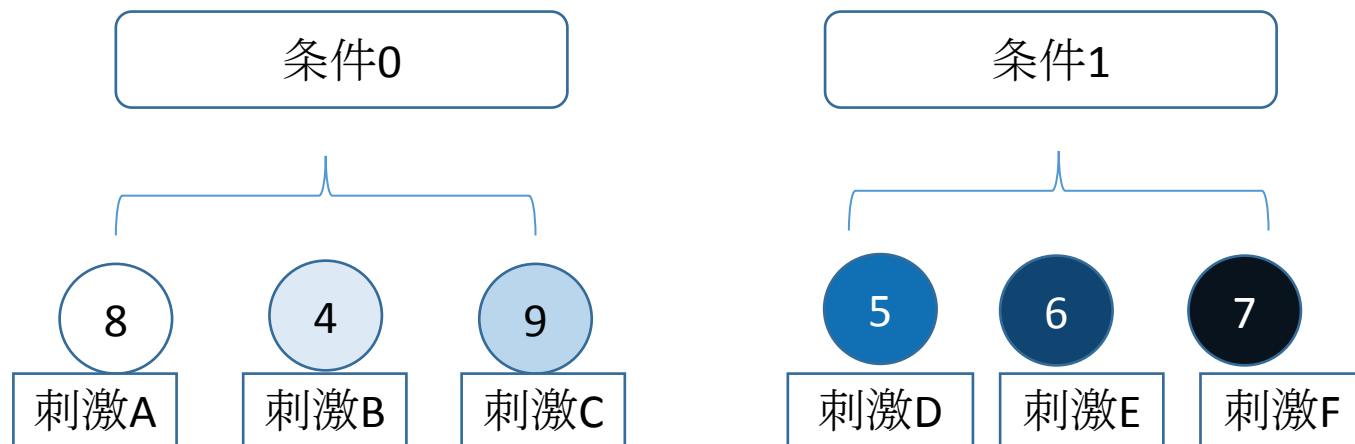
線形混合モデルとは

- 線形混合効果(Liner-Mixed-Effect: LME)モデルとも呼ばれる
- HLMが回帰分析のマルチレベル版だとすれば, LMEは分散分析のマルチレベル版
- t検定や分散分析と異なり, 複数の変量効果を扱いつつ条件の効果を検討することが可能
- →異なる刺激を用いた反復測定を行う実験データの分析において特に有用

たとえば

- 参加者内**1**要因計画で、ある条件の効果が見たい
- 条件**0**は**10**試行、条件**1**も**10**試行
- このとき、複数の刺激が用いられる
 - 言語→文・単語など
 - 顔の認知→提示される個々の顔など
- 当然、データも**10**個ずつ生じる

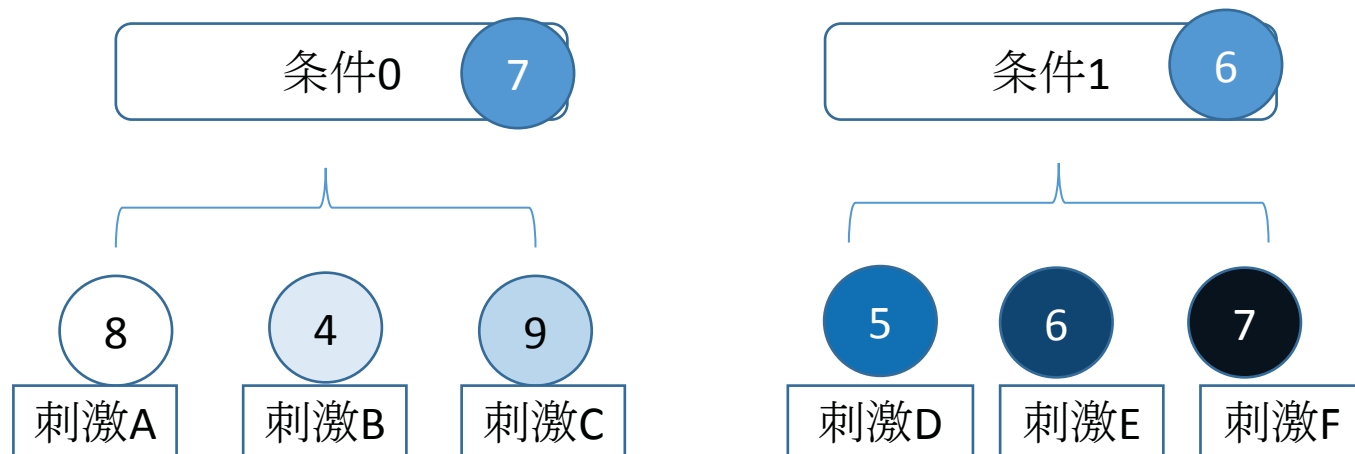
参加者①のデータ



従来の分析手法

- 従来は条件ごとに代表値を算出したあとに条件差をt検定などで比較
- 変量効果としては参加者による変動のみが分析で考慮に入れている
- 刺激の種類の効果は？

参加者①のデータ



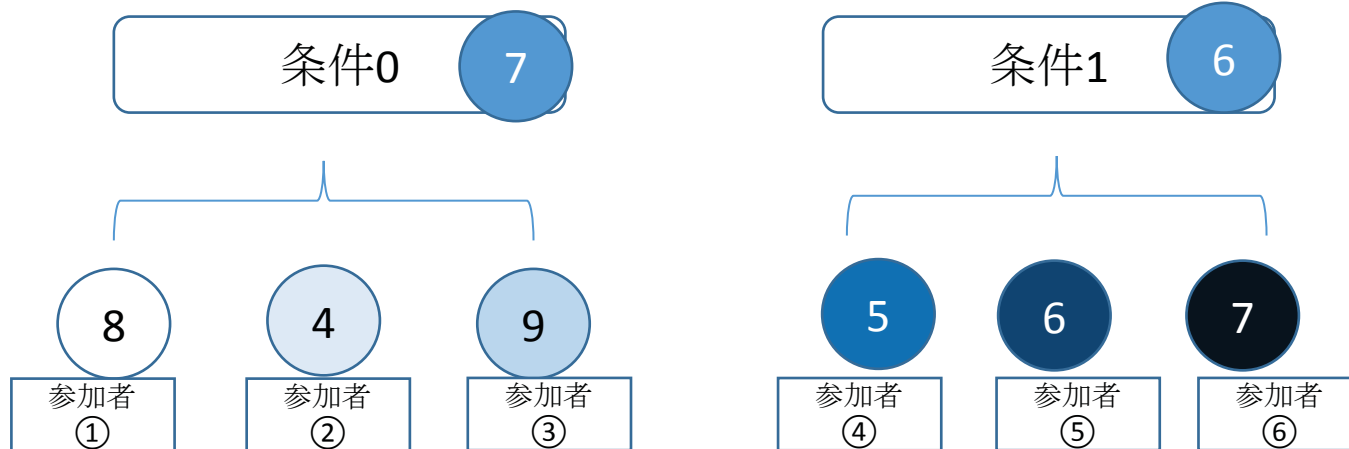
従来の分析手法

- 条件間でアイテムが異なる場合, このような「参加者分析(F_1)」のほかに「アイテム分析(F_2)」が行われることがある¹

There was a significant mismatch effect on response latency: Responses were faster when sentence and picture matched than when they mismatched, $F_1(1, 38) = 13.14, p < .001$; $F_2(1, 44) = 14.54, p <$

Zwaan, Stanfield & Yaxley
(2002).

刺激Aのデータ



従来の分析の問題点

- しかし、両者の分析結果が異なっていたら？
 - 特に、アイテム分析のみが有意だった場合は結果の解釈が困難になる
- さらに代表値に集約することで、データの数を大幅に損失してしまう

従来の分析の問題点

Table 2
Empirical Type 1 Error Rates for By-Participant and By-Stimulus Analyses

No. of participants/ Type of analysis	No. of stimuli				
	10	30	50	70	90
By-participant					
10	.187	.133	.105	.095	.086
30	.381	.288	.233	.194	.170
50	.494	.394	.315	.279	.241
70	.560	.451	.392	.335	.296
90	.616	.506	.442	.385	.351
By-stimulus					
10	.070	.108	.150	.182	.221
30	.053	.074	.093	.105	.130
50	.055	.065	.078	.088	.100
70	.049	.058	.072	.078	.085
90	.055	.058	.061	.070	.077

- さらに、代表値に集約したうえでの分析は第一種の過誤を犯しやすい
- これは刺激の種類が少なく、参加者が多い場合に顕著

Judd, Westfall & Kenny (2012)

従来の分析の問題点

- これらの問題はかなり前から提言されてはいたものの、当時の解決策は複雑であったり、制約が多かったりなどであまり普及しなかった
- しかし、線形混合モデルは刺激と参加者を変量効果として扱うことで、比較的簡単にこの問題を解消することが可能
 - 欠損値にも強い

数式で表現すると

- まず、刺激が1つしかない参加者内1要因計画の実験データがあったとすると、従属変数 Y_{ik} は以下のように表現できる
- $Y_{ik} = \beta_0 + \beta_1 c_{ik} + \alpha_i^P + \alpha_i^{P \times C} c_{ik} + \epsilon_{ik}$
 - β_0 : 切片 (固定効果)
 - β_1 : 独立変数 c_{ik} の効果 (固定効果)
 - α_i^P : 参加者による変動 (変量効果)
 - $\alpha_i^{P \times C} c_{ik}$: 参加者ごとの独立変数の影響の相違による変動 (変量効果)
 - ϵ_{ik} : 残差 (変量効果)

数式で表現すると

- 刺激が複数個ある参加者内1要因計画の実験データがあったとすると、従属変数は以下のように表現できる

$$Y_{ijk} = \beta_0 + \beta_1 c_{ijk} + \alpha_i^P + \alpha_i^{P \times C} c_{ijk} + \alpha_j^T + \alpha_j^{T \times C} c_{ijk} + (\alpha_{ij}^{P \times T} + \alpha_{ij}^{P \times T \times C} c_{ijk}) + \epsilon_{ijk}$$

- α_j^T : 刺激の種類による変動(変量効果)
- $\alpha_j^{T \times C} c_{ijk}$: 刺激ごとの独立変数の影響の相違による変動(変量効果)
- $\alpha_{ij}^{P \times T}$: 特定の参加者と刺激の組み合わせの影響による変動(変量効果)
- $\alpha_{ij}^{P \times T \times C} c_{ijk}$: 特定の参加者と刺激の組み合わせごとの独立変数の影響の相違による変動(変量効果)
- 注) 括弧内は「同一の刺激が同一参加者内で複数回提示される実験デザイン」でのみ算出可能

具体的な分析方法

- Rで分析する場合、実はHLMと全く同じように、`lmerTest`パッケージの`lmer`関数で分析できる
- 今回は、神長・井上・新井(2012)を参考に、固定効果と変量効果を設定したモデルを複数作成したあと、尤度比検定によって最適モデルを選定したうえで固定効果の検定を行う

分析手順①従属変数の確認

- 線形混合モデルの前提は、従属変数(厳密には従属変数の誤差, ばらつき)が正規分布していること
 - データの性質上正規分布しない場合は、一般化線形混合モデルを用いるべき
 - 必要に応じて変換などを行ってもよい

分析手順②最も複雑なモデルの作成

- 刺激ごと/参加者ごとに独立変数の効果が異なる可能性を考慮して、最も複雑なモデル(model0)を作成する
 - 例えば、用いるデータをdat, 従属変数をY, 独立変数をX, 刺激識別変数をitem, 参加者識別変数をparticipantとすると,
 - `model0<-lmer(Y~1+X+(1+X|participant)+(1+X|item),dat a=dat)`

分析手順③モデルを複数作成

- model0から、ランダム傾きの仮定を少しずつ緩めながら、最も単純なモデルになるまでモデルを複数作成する
- 通常、参加者のばらつきと比較すると刺激のばらつきはかなり小さいものであるため、最初に刺激に関するランダム傾きの仮定から削除していく(Jaeger, 2009)
 - `model1<-lmer(Y~1+X+(1+X|participant)+(1|item),data=dat)`
 - `model2<-lmer(Y~1+X+(1|participant)+(1|item),data=dat)`

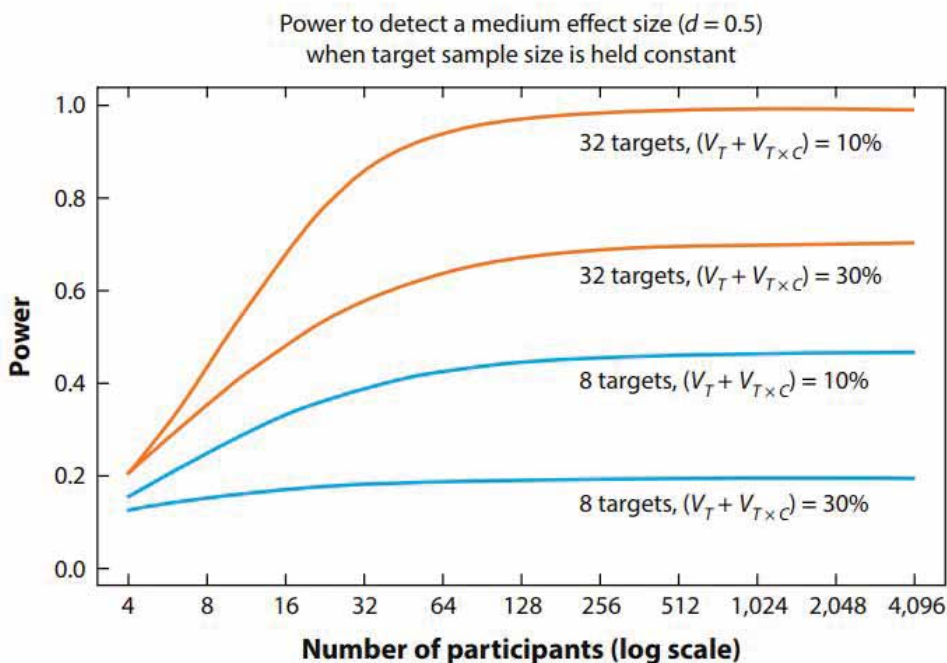
分析④ 尤度比検定

- 2つのモデルを尤度比検定で比較
 - Rでは`anova(モデル1,モデル2)`で分析可能
- χ^2 検定の結果が有意でない場合、あるいは単純なモデルの対数尤度比 (LogLik) が有意に大きい場合はより単純な方を選択し、さらに検定を続ける
- 複雑なモデルの対数尤度比の方が有意に大きい場合はこれを採用し、検定を打ち切る
 - 注) 複雑なモデルの方が対数尤度比が有意に大きい＝複雑なモデルにのみ追加されているパラメータは追加する意義があるものである

分析⑤結果の確認

- 最終モデルが確定したら、`summary(モデル名)`で結果を確認

おまけ: 検定力を向上させるために



Judd, Westfall & Kenny (2017)

- 同じ参加者数でも、刺激の数を増やすことで検定力は飛躍的に上がる
- 予備調査などを行って刺激間のばらつきや刺激ごとの条件の効果のばらつきを抑えることで、さらに検定力は高まる

参考文献・参考HP

- Baayen, R. H., Davidson, D. J., & Bates, D. M. (2008). Mixed-effects modeling with crossed random effects for subjects and items. *Journal of Memory and Language*, 59, 390–412.
- Jaeger, T. F. (2009). Random effect: Should I stay or should I go? [Web log post] <https://hlplab.wordpress.com/2009/05/14/random-effect-structure/>
- Judd, C. M., Westfall, J., & Kenny, D. A. (2012). Treating stimuli as a random factor in social psychology: A new and comprehensive solution to a pervasive but largely ignored problem. *Journal of Personality and Social Psychology*, 103(1), 54–69. <https://doi.org/10.1037/a0028347>
- Judd, C. M., Westfall, J., & Kenny, D. A. (2017). Experiments with More Than One Random Factor: Designs, Analytic Models, and Statistical Power. *Annual Review of Psychology*, 68(1), 601–625. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-122414-033702>
- 神長 伸幸・井上 雅勝・新井 学(2012) t 検定・分散分析から混合モデルへ: 文理解研究の導入事例から学ぶ. 日本認知科学会第29回大会発表論文集, 34- 39.
- <https://www.slideshare.net/yutamura1/ss-42303827>
- <https://www.slideshare.net/masarutokuoka/ss-42957963>